

**Fisica dei Molti Corpi (MBP)  
CdS Magistrale in Fisica  
Corso di Dottorato in Fisica**

**9 CFU**

**Maria Luisa Chiofalo  
Dipartimento di Fisica, Università di Pisa**

**Progetto didattico**

*[Pisa, Novembre 2014. Last rev. Febbraio 2017]*

<https://elearning.df.unipi.it/>

- 1. Perché**
- 2. Cosa**
- 3. Come**
- 4. Opportunità e modalità di valutazioni**
- 5. Testi e articoli di studio**

## 1. Perché

[Dalla Prefazione di Iadonisi, Cantele and Chiofalo, *Introduction to Solid State Physics and Crystalline Nanostructures*, Springer (2014)]

*In the last decades many-body physics has been a rapidly evolving field of frontier research, exploding in a number of novel ideas with applications for both fundamental physics and technological devices. In particular, a progressive search for extreme quantum-degeneracy conditions has been conducted, after reducing the dimensions from three down to zero-dimensional like structures, lowering temperatures so close down to absolute zero, tuning interactions via a variety of different concepts. Novel ground states and related low-energy types of excitations have been predicted and in most cases experimentally realized: it is often possible to move among different ground states in the same quantum phase diagram by turning the knob of a few external governing parameters. Engineering such extreme quantum conditions has opened the access to a progressively miniaturization, control and manipulation of quantum-behaving objects with high precision. These are the required characteristics to improve understanding and testing of fundamental physics concepts, such as those principles that cross over from quantum behavior to general relativity, and to devise novel technological applications, such as those based on quantum transport and quantum information. Laboratory systems where these frontier research topics are quite rapidly evolving are e.g. semiconductor-based nanostructures and confined quantum atomic gases cooled down to tens of nanokelvin, also moving within crystal-like periodic external potentials provided by laser light.*

*The progress achieved so far has been accompanied by significant advances in experimental and theoretical methods. New concepts have indeed been introduced in experiments, such as various specifications of probe microscopies, and earlier spectroscopic techniques have been refined to reach unprecedented accuracies and precision. Powerful theoretical methods specific for many-particle physics have been developed, where for example various specifications of zero and finite-temperature simulational Quantum Monte Carlo methods and of Density Functional Theories have occupied a preeminent position. More recently, further increase in computation powers along with clever algorithms has made available exact diagonalization numerical techniques to determine ground state and low-energy excitations and Density Matrix Renormalization Group techniques to determine the time-dependent behavior of even strongly correlated systems. Thus, it is of no surprise that at such advanced levels physics, chemistry and engineering are converging towards the use of common tools and languages though from different motivations and with different perspectives.*

*A strategy for this course is to point towards a multidisciplinary approach, favoring the acquisition of cross competences, reinforce the attitude towards the scientific method from different paths, widen the student's view while the same ideas are discussed from different perspectives and, paradoxically, push forward the emergence of the key-concepts as those that are shared across all the different viewpoints. Finally, it may increase the qualitative and quantitative impact of understanding along with the activation of different languages and thus communication channels that can more likely meet different students abilities. In fact, physics is an extraordinary context for learning to learn, often at a deeper level than other disciplines. In physics, the learning success at any level, even the lowest, strongly requires the development of different abilities, that become competences when accompanied by the corresponding awareness, and evolve into intelligences when put in context. Different intelligences residing into different brain sites and functions. The ability to solve problems, that is to reduce the complexities of nature and to select the useful amount and quality of details, requires the acquisition of robust methodological paths able to connect concepts and ideas with their applications, thereby linking conceptual with procedural and factual knowledge. This crossing from brain to hands and back, from concepts to their applications, from observing phenomena to inferring explanations that are to be subsequently tested, works as a continuous exercise of climbing up and down across all types of logical reasoning, whatever deductive, inductive or abductive they might be. The effort to reduce the great amount of many different behaviors to a few basic principles requires an active lateral thinking and a remarkable dose of creativity. The ability to continuously change perspective in flexible manners requires the acquisition of a number of different languages or, more precisely, formal representations of the problem, along with the ability of translating among them and often of thinking according to all of them at the same time. On the other hand, since the capability of quantitatively predicting complex phenomena requires significant mathematical tools and physics formalisms, students and future researchers can be in danger of remaining trapped in a crowd of hard calculations and technicalities where the essential concepts get lost as a compass to orient the understanding in the widest horizon, and the contact with everyday life manifestations of phenomena is not even an issue. For this reason, a special attention is to be dedicated in discussing ideas and concepts, well before entering any formalism and detail, which makes the learning process additionally powerful.*

*The possibility of developing a high degree of awareness for this remarkable learning potential is a progressive long-life achievement for students and researchers, which the format of the present textbook tries to smoothly follow through. A special care is therefore been taken to think the course organization: the aim is to enhance the student's learning environment with suited tools to develop awareness of the learning process and of the acquired conceptual, procedural, and factual knowledge. In this way, the original combination of student's skills, different for everyone, may more easily become a competence and, when related and applied to a context, may empower a different combination of intelligences.*

## 2. Cosa

### 2.1 Obiettivo generale del corso è accompagnare lo/a studente a:

(i) Sviluppare conoscenza concettuale, procedurale e fattuale nella fisica di sistemi con molte particelle (quantistiche) interagenti, dove agendo su temperatura, dimensionalità, e forza di interazione è possibile stabilire condizioni di forti correlazioni in proprietà di carica/densità e spin.

Per questo, si prevede di:

(a) discutere qualitativamente mediante la fisica di base le idee emergenti da fatti sperimentali ed esempi di vita quotidiana, approfondendo all'occorrenza metodi sperimentali e possibili applicazioni;

(b) formalizzare i concetti; e

(c) sviluppare e classificare metodi teorici e di simulazione per le predizioni quantitative, incluso Teoria della Risposta Lineare e funzioni di correlazione, Fluidico- e Idrodinamica quantistiche, Teoria del Funzionale di Densità (Dipendente dal Tempo), metodi Quantum Monte Carlo, Density Matrix Renormalization Group.

(ii) Organizzare e mettere in relazione questa conoscenza disciplinare in una stessa mappa concettuale con termodinamica, meccanica statistica e transizioni di fase, meccanica quantistica, teorie di campo, e struttura della materia nelle sue diverse realizzazioni, facendo emergere come le proprietà macroscopiche siano governate da leggi di conservazione e rotture di simmetria accompagnate da elasticità, modi dinamici a bassa frequenza e difetti.

### 2.2 Programma del corso

*NOTA. I pesi relativi delle diverse parti del programma, rispetto al tempo totale a disposizione per il corso, vengono definiti in accordo con gli e le studenti secondo i loro interessi e necessità di studio e più in generale per adattare dinamicamente il corso al contesto attuale dell'aula.*

#### A. Introduzione al corso e mappa concettuale delle idee...

...discusse qualitativamente attraverso esempi estratti dal corso

#### B. Struttura e scattering

Generalità e concetti essenziali. Misure e Funzioni di correlazione, Funzioni di risposta e Idrodinamica (quantistica) attraverso un semplice modello.

#### C. Metodi Teorici per sistemi fortemente correlati

**C.1 Sistemi con massima simmetria. Sviluppo di metodi teorici a partire dalla misura e dalle funzioni di correlazione trattate fenomenologicamente in B. Relazioni tra i diversi metodi, mettendone in luce opportunità e limiti.**

- Sviluppo formale della Teoria della Risposta lineare: Definizioni e proprietà - Teorema di fluttuazione e dissipazione – Regole di somma – Applicazioni: calcolo della Random Phase Approximation (fermioni e bosoni) - Concetto di campo locale e teorie oltre il campo medio
- Idrodinamica quantistica: Derivazione microscopica delle equazioni a partire dalle leggi di conservazione – Coefficienti di trasporto come particolari limiti di funzioni di risposta corrispondenti e Relazioni di Kubo - Suscettività statiche come derivate termodinamiche di quantità conservate.
- Teoria del Funzionale di Densità statico (DFT) e dipendente dal tempo (TDDFT): Definizioni-Teorema di Hohenberg and Kohn- Schema di Kohn e Sham – Local Density Approximation – Potenziali di scambio e correlazione e relazione con la

Teoria della Risposta Lineare – Funzionale di corrente e TDDFT, relazione con la Teoria della Risposta Lineare in corrente e formulazione microscopica delle equazioni di Navier-Stokes in relazione all'idrodinamica quantistica

- Funzioni di correlazione e funzioni di Green: Dizionario con le funzioni di risposta- Teorema di Wick - Tecniche perturbative-Diagrammi di Feynman- Applicazione alla Teoria di Landau dei liquidi di Fermi
- **Introduzione ai Path Integrals [Se il tempo lo consente]**
- Relazione tra i metodi teorici appresi e i metodi sperimentali, con esempi dalle diverse spettroscopie (con probes di onde di materia, spin, o ottiche) e misure di trasporto

## **C.2 Sistemi a simmetria rotta. Transizioni di fase, scaling, esponenti critici e universalità**

- Concetto di parametro d'ordine
- Teoria di Landau e applicazioni: Caso non uniforme e modello di Ising – Parametro d'ordine complesso in fluidi neutri e carichi e la superfluidità
- Effetti dinamici: il meccanismo di Anderson-Higgs e modi di Goldstone – Analogia con la teoria elettrodebole
- Introduzione ai concetti di scaling, esponenti critici e universalità – Significato fisico della Teoria del Gruppo di Rinormalizzazione
- Condizioni di validità della teoria di campo medio e fluttuazioni termiche e quantistiche (dovute a correlazioni e dimensionalità ridotta)

## **C.3 Effetti della dimensionalità: il caso 1D**

- La specialità dei sistemi 1D: sempre fortemente correlati
- Tecniche di bosonizzazione
- Liquidi di Luttinger e proprietà di struttura e termodinamiche

## **D. Applicazione dei metodi attraverso lo studio di due casi:**

**D.1 Caso di studio: *superfluidità e condensazione di Bose-Einstein di sistemi bosonici e fermionici*.** Applicazione di: Teoria della Risposta Lineare e delle Correlazioni Dinamiche, DFT e sua estensione a fenomeni dipendenti dal tempo (TD-DFT), Idrodinamica ed equazioni di Navier-Stokes microscopiche, Funzioni di Green.

**D.2 Caso di studio: *Diagramma di fase tipico di sistemi 1D e stati di Charge- e Spin-Density Waves*.** Sistemi 1D e tecniche di bosonizzazione.

Inoltre, possono essere concordate all'occorrenza le seguenti parti:

## **E. Principi alla base dei Metodi Simulativi per sistemi fortemente correlati**

**[Attraverso seminari ad hoc nell'ambito di collaborazioni con altri corsi e docenti]**

E.1 Quantum Monte Carlo (QMC): Variational, Diffusion, Reptation, Path-Integral QMC.

E.2 Implementazioni della DFT.

E.3 Density Matrix Renormalization Group (DMRG).

E.4 Approfondimenti seminariali/laboratoriali facoltativi, da concordare con i/le partecipanti.

## **F. Difetti: un “dizionario” [Se gli/le studenti esprimono uno specifico interesse e c'è tempo]**

Caratterizzazione secondo le proprietà di simmetria della struttura. Generalità sui difetti topologici, esempi ed applicazioni: vortici e dislocazioni, transizione di Kosterlitz-Thouless. Generalità su domini e solitoni, esempi e applicazioni.

## 3. Come

### 3.1 Metodologia per la discussione degli argomenti

Lo sviluppo formale di metodi teorici e tecniche, per studiare la Fisica della Materia Condensata e dei Sistemi a Molti Corpi, richiede una certa dose di astrazione e di fatica. Per questo motivo:

- Ogni argomento nuovo viene introdotto e discusso innanzitutto attraverso semplici modelli che abbiano la caratteristica di includere le idee essenziali e contemporaneamente richiedere strumenti fisico-matematici al più del Corso di Laurea Triennale
- Lo sviluppo formale viene introdotto in un secondo momento, tipicamente sostituendo alle quantità fisiche osservabili già discusse nel modello semplice, la loro espressione formale con proprietà annesse
- Lo sviluppo formale viene quindi applicato a casi di studio (di cui alla sezione D). In particolare, per gli obiettivi descritti in 2., si utilizzano due esempi complementari rispetto alle caratteristiche di carica/densità e di spin, tratti da campi di ricerca di frontiera (Gas atomici ultrafreddi quantistici e Fluidi elettronici in sistemi a bassa dimensionalità)
- Vengono discusse all'occorrenza le connessioni con metodi di simulazione quantistica, le cui basi siano fondate sui concetti e metodi teorici discussi
- Vengono discusse connessioni con fenomenologia ed esperimenti, per i quali vengono forniti strumenti di lettura e analisi (di cui all'ultimo punto della sezione C.1)

Così procedendo, si intende favorire l'acquisizione delle seguenti competenze, ovvero imparare a saper:

- (a) discutere qualitativamente le idee emergenti a partire da concetti di fisica di base già acquisiti nel corso di studio triennale e dalla fenomenologia - preferibilmente disponibile dalla vita di tutti i giorni - e fatti sperimentali;
- (b) formalizzare i concetti utili;
- (c) sviluppare i principali strumenti e metodi teorici e di simulazione per le previsioni quantitative; (d) discutere la connessione tra funzioni di correlazione e misure (teorema di fluttuazione e dissipazione) e, all'occorrenza, i principi alla base dei principali metodi sperimentali; (d) mettere in luce le possibili applicazioni;
- (e) al termine di ogni argomento, costruire in modo interattivo una mappa concettuale che lo rappresenta, evidenziando concetti e relazioni tra questi.

**3.2 Prerequisito** di accesso al corso è la conoscenza di base di dinamica, termodinamica ed elementi di meccanica statistica, elettromagnetismo, struttura della materia e meccanica quantistica acquisiti nel corso di studi triennale.

**Utili ma non indispensabili** sono conoscenze di fisica dei solidi.

**3.3 Nota sulla destinazione del corso.** *L'intenzione è destinare il corso sia a studenti che vogliono specializzarsi nella Fisica della Materia Condensata che a coloro che vogliono semplicemente complementare le proprie conoscenze. La scelta del corso è dunque privilegiare l'ampiezza di visione concettuale e metodologica piuttosto che il dettaglio delle tecniche, che possono poi essere sempre approfondite all'occorrenza.*

### 3.4 Organizzazione del corso

– Il corso vale **9 CFU**. È svolto nel secondo semestre per un totale di **63 ore**, due giorni a settimana, due o tre ore per volta secondo dettagli da **concordare con gli/le studenti frequentanti**.

- Oltre all'organizzazione, anche **contenuti più di dettaglio del programma potranno essere concordati con gli/le studenti** frequentanti, a partire dagli argomenti di cui alle Sezioni E ed F ma non solo, incoraggiando la formulazione di proposte e favorendo lo sviluppo di argomenti o metodi di specifico interesse.
- Si prevede di offrire comunque occasioni ulteriori di **approfondimento di tipo seminariale** su tecniche di simulazione numerica, delle quali gli e le studenti potranno fruire facoltativamente (di cui alla sezione E).

#### 4. Opportunità e modalità di valutazione

La valutazione è formulata mediante **prova orale**. In particolare, si richiede allo/a studente di individuare, in autonomia o con l'accompagnamento del/la docente, un problema di fisica dei molti corpi non discusso nel corso ovvero approfondire aspetti dei casi di studio discussi e dimostrare:

- (a) di aver compreso idee e concetti e saperli comunicare utilizzando conoscenze di fisica di base;
- (b) di saper formalizzare i concetti e saperli trattare attraverso l'uso di uno o più tra i metodi sviluppati nel corso e relative procedure;
- (c) di saper connettere la comprensione concettuale e la formalizzazione del problema con la fenomenologia e i fatti sperimentali disponibili, e avere un'idea delle applicazioni;
- (d) autonomia, consapevolezza della mappa concettuale e di quanto appreso, efficacia ed efficienza nella comunicazione scientifica.

**La valutazione viene quindi effettuata per competenze**, secondo un punteggio così composto:

- fino a **18 punti** per la competenza (a)
- fino a **6 punti** per la competenza (b)
- fino a **4 punti** per la competenza (c)
- fino a **5 punti** per le competenze trasversali (d)

## 5. Testi e articoli di studio

Testi e articoli sono disponibili o in Biblioteca di Fisica e/o online, o in copia.

### 5.1 Generali:

- Piers Coleman, *Introduction to Many-Body Physics*, Cambridge University Press (2015)
- L.P. Kadanoff and G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics*, Benjamin (1962)
- P.M. Chaikin and T.C. Lubensky, *Principles of Condensed Matter Physics*, Cambridge University Press (1995)
- G. Iadonisi, G. Cantele, and M.L. Chiofalo, *Introduction to Solid State Physics and Crystalline Nanostructures*, Springer (2014)
- G. Grosso and G. Pastori Parravicini, *Solid State Physics*, Academic Press (2000)

### 5.2 Utili per specifiche parti del programma:

- P.C. Martin, *Measurements and Correlation Functions*, Gordon and Breach (1968)
- G. Vignale, C. A Ullrich, S. Conti, *Time-Dependent Density Functional Theory and beyond the Adiabatic Local Density Approximation*, Phys. Rev. Lett. 79, 4878 (1997)
- Baym, *Microscopic Description of Superfluidity*, Math. Methods in Solid-State & Superfluid Theory, Clark & Derrick Eds., Oliver & Boyd (1969)
- P.C. Hohenberg and P.C. Martin, *Microscopic Theory of Superfluid Helium*, Annals of Physics 34, 291-359 (1965)
- Giamarchi, *Quantum Physics in One Dimension*, Oxford Science Pub. (2006)
- W.M. Foulkes, L. Mitas, R.J. Needs, and G. Rajagopal, *Quantum Monte Carlo Simulations of Solids*, Revue of Modern Physics 73, 33 (2001)
- U. Schollwolk and S.R. White, *Methods for Time Dependence in DMRG*, in *Effective Models for Low-Dimensional Strongly Correlated Systems*, G.G. Batrouni and D. Poilblanc Eds., p. 155 AIP, Melville, New York (2006)

### 5.3 Altre letture consigliate

- P. Nozières and D. Pines, *Theory of Quantum Liquids I – II*, Westview Press (1999); Pines, *The Many-Body Problem*, Wiley (1997)
- D. Forster, *Hydrodynamic Fluctuations, Broken Symmetry, And Correlation Functions*, Adv. Books Classics (1995)
- L. A. Bloomfield, *How Things Work*, Wiley (2013)